

МБОУ Кизнерская средняя школа № 2 имени генерал-полковника Капашина В.П.

Рассмотрено на заседании ШМО Рук. ШМО _____ Иванова О.Н. Протокол № 1 От 29 августа 2022г	Принято: Педагогическим советом Протокол № 1 От 31 августа 2022г	УТВЕРЖДАЮ И.о.Директор школы _____ Гребенкина Н.В. приказ №51-2/01-05 от 01 сентября 2022г.
--	---	--

**Рабочая программа**

по учебному предмету (курсу) **Геометрия**

Срок реализации рабочей программы **1 год**

Классы: **9а, 9б, 9в, 9г классы**

Кол-во часов за год: **68**

Кол-во часов в неделю: **2**

**Учебник:** Л.С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. Геометрия. 7-9, Москва «Просвещение» 2016

Разработчики: Иванова О.Н., Семёновых А.Н.  
преподаватели математики

п. Кизнер  
2022.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа по геометрии для 9 класса разработана в соответствии со следующими нормативно-правовыми инструктивно-методическими документами:

1. Федеральный закон от 29.12.2012 №273 – ФЗ «Об образовании в РФ» п.5 ч.3 ст.47; п.1 ч.1 ст.4
2. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования, утверждённый приказом Министерства образования и науки РФ от 17 декабря 2010 г. №1897.
3. Приказ Министерства образования и науки РФ от 31 декабря 2015 года № 1577 «О внесении изменений в федеральный государственный стандарт основного общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки РФ от 17 декабря 2010 года № 1897 «Об утверждении и введении в действие федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» и № 1578 « О внесении изменений в ФГОС СОО»
4. **Авторской программы Атанасяна Л.С. Просвещение 2016 год.**
5. Локальные акты организации, осуществляющей образовательную деятельность: Устав МБОУ Кизнерская средняя школа № 2 им. генерал-полковника Капашина В.П., учебный план школы на 2019– 2020 учебный год, положения о рабочей программе.

**Цели:** развитие у учащихся пространственного воображения и логического мышления путём систематического изучения свойств геометрических фигур на плоскости и применения этих свойств при решении задач вычислительного и конструктивного характера. Существенная роль при этом отводится развитию геометрической интуиции.

### **Задачи:**

- - научить учащихся выполнять действия над векторами как направленными отрезками;
- -познакомить с использованием векторов и метода координат при решении геометрических задач;
- - развить умение учащихся применять тригонометрический аппарат при решении геометрических задач;
- - расширить знания учащихся о многоугольниках;
- - рассмотреть понятия длины окружности и площади круга для их вычисления;
- - познакомить учащихся с понятием движения и его свойствами;
- - дать начальное представление о телах и поверхностях в пространстве.

## 1. Планируемые результаты освоения учебного предмета

Программа обеспечивает достижение обучающимися личностных, метапредметных и предметных результатов.

**Личностные** результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования должны отражать:

1) воспитание российской гражданской идентичности: патриотизма, уважения к Отечеству, прошлое и настоящее многонационального народа России; осознание своей этнической принадлежности, знание истории, языка, культуры своего народа, своего края, основ культурного наследия народов России и человечества; усвоение гуманистических, демократических и традиционных ценностей многонационального российского общества; воспитание чувства ответственности и долга перед Родиной;

2) формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, осознанному выбору и построению дальнейшей индивидуальной траектории образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений, с учетом устойчивых познавательных интересов, а также на основе формирования уважительного отношения к труду, развития опыта участия в социально значимом труде;

3) формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, учитывающего социальное, культурное, языковое, духовное многообразие современного мира;

4) формирование осознанного, уважительного и доброжелательного отношения к другому человеку, его мнению, мировоззрению, культуре, языку, вере, гражданской позиции, к истории, культуре, религии, традициям, языкам, ценностям народов России и народов мира; готовности и способности вести диалог с другими людьми и достигать в нем взаимопонимания;

5) освоение социальных норм, правил поведения, ролей и форм социальной жизни в группах и сообществах, включая взрослые и социальные сообщества; участие в школьном самоуправлении и общественной жизни в пределах возрастных компетенций с учетом региональных, этнокультурных, социальных и экономических особенностей;

6) развитие морального сознания и компетентности в решении моральных проблем на основе личного выбора, формирование нравственных чувств и нравственного поведения, осознанного и ответственного отношения к собственным поступкам;

7) формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, детьми старшего и младшего возраста, взрослыми в процессе образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, творческой и других видов деятельности;

8) формирование ценности здорового и безопасного образа жизни; усвоение правил индивидуального и коллективного безопасного поведения в чрезвычайных ситуациях, угрожающих жизни и здоровью людей, правил поведения на транспорте и на дорогах;

9) формирование основ экологической культуры, соответствующей современному уровню экологического мышления, развитие опыта экологически ориентированной рефлексивно-оценочной и практической деятельности в жизненных ситуациях;

10) осознание значения семьи в жизни человека и общества, принятие ценности семейной жизни, уважительное и заботливое отношение к членам своей семьи;

**Метапредметные** результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования должны отражать:

1) умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности;

2) умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

3) умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией;

4) умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения;

5) владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности;

6) умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;

7) умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

8) смысловое чтение;

9) умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение;

10) умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей; планирования и регуляции своей деятельности; владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью;

11) формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (далее ИКТ-компетенции); развитие мотивации к овладению культурой активного пользования словарями и другими поисковыми системами;

12) формирование и развитие экологического мышления, умение применять его в познавательной, коммуникативной, социальной практике и профессиональной ориентации

### ***Регулятивные УУД***

#### ***Обучающийся научится:***

целеполаганию, включая постановку новых целей, преобразование практической задачи в познавательную;

самостоятельно анализировать условия достижения цели на основе учёта выделенных учителем ориентиров действия в новом учебном материале;

планировать пути достижения целей;

#### ***Выпускник получит возможность научиться:***

самостоятельно ставить новые учебные цели и задачи;

построению жизненных планов во временной перспективе;

при планировании достижения целей самостоятельно, полно и адекватно учитывать условия и средства их достижения;

- выделять альтернативные способы достижения цели и выбирать наиболее эффективный способ;
- основам саморегуляции в учебной и познавательной деятельности в форме осознанного управления своим поведением и деятельностью, направленной на достижение поставленных целей;
- осуществлять познавательную рефлексию в отношении действий по решению учебных и познавательных задач;
- адекватно оценивать объективную трудность как меру фактического или предполагаемого расхода ресурсов на решение задачи; адекватно оценивать свои возможности достижения цели определённой сложности в различных сферах самостоятельной деятельности;
- основам саморегуляции эмоциональных состояний;
- прилагать волевые усилия и преодолевать трудности и препятствия на пути достижения целей.

### ***Коммуникативные УУД***

#### ***Обучающийся научится:***

- адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи. Ее объективную трудность и собственные возможности ее решения;
- осознанное владение логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, классификации на основе самостоятельного выбора оснований и критериев, установление родовидовых связей;
- устанавливать причинно-следственные связи; строить логическое рассуждение, умозаключение и выводы;
- создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства. Модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;
- организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределение функций и ролей участников, взаимодействие и общие способы работы; умение работать в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; слушать партнера; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение;
- сформированность учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий;
- первоначальные представления об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники, о средстве моделирования явлений и процессов;
- видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять ее в понятной форме, принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;
- понимать и использовать математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
- выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки;
- применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;
- понимать сущность алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
- самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;
- аргументировать свою точку зрения, спорить и отстаивать свою позицию не враждебным для оппонентов образом;
- задавать вопросы, необходимые для организации собственной деятельности и сотрудничества с партнёром;

- осуществлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую взаимопомощь;
- адекватно использовать речь для планирования и регуляции своей деятельности;
- адекватно использовать речевые средства для решения различных коммуникативных задач; владеть устной и письменной речью; строить монологическое контекстное высказывание;
- организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками, определять цели и функции участников, способы взаимодействия; планировать общие способы работы;
- осуществлять контроль, коррекцию, оценку действий партнёра, уметь убеждать;
- работать в группе – устанавливать рабочие отношения, эффективно сотрудничать и способствовать продуктивной кооперации; интегрироваться в группу сверстников и строить продуктивное взаимодействие со сверстниками и взрослыми;
- основам коммуникативной рефлексии;
- использовать адекватные языковые средства для отображения своих чувств, мыслей, мотивов и потребностей;
- отображать в речи (описание, объяснение) содержание совершаемых действий как в форме громкой социализированной речи, так и в форме внутренней речи.

**Выпускник получит возможность научиться:**

- учитывать и координировать отличные от собственной позиции других людей в сотрудничестве;
- учитывать разные мнения и интересы и обосновывать собственную позицию;
- понимать относительность мнений и подходов к решению проблемы;
- продуктивно разрешать конфликты на основе учёта интересов и позиций всех участников, поиска и оценки альтернативных способов разрешения конфликтов; договариваться и приходить к общему решению в совместной деятельности, в том числе в ситуации столкновения интересов;
- брать на себя инициативу в организации совместного действия (деловое лидерство);
- оказывать поддержку и содействие тем, от кого зависит достижение цели в совместной деятельности;
- осуществлять коммуникативную рефлексию как осознание оснований собственных действий и действий партнёра;
- в процессе коммуникации достаточно точно, последовательно и полно передавать партнёру необходимую информацию как ориентир для построения действия.

***Познавательные УУД***

***Обучающийся научится:***

- основам реализации проектно-исследовательской деятельности;
- проводить наблюдение и эксперимент под руководством учителя;
- осуществлять расширенный поиск информации с использованием ресурсов библиотек и Интернета;
- создавать и преобразовывать модели и схемы для решения задач;
- осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;
- давать определение понятиям;

- устанавливать причинно-следственные связи;
- осуществлять логическую операцию установления родовидовых отношений, ограничение понятия;
- обобщать понятия – осуществлять логическую операцию перехода от видовых признаков к родовому понятию, от понятия с меньшим объёмом к понятию с большим объёмом;
- осуществлять сравнение, сериацию и классификацию, самостоятельно выбирая основания и критерии для указанных логических операций;
- строить классификацию на основе дихотомического деления (на основе отрицания);
- строить логическое рассуждение, включающее установление причинно-следственных связей;
- объяснять явления, процессы, связи и отношения, выявляемые в ходе исследования;
- основам ознакомительного, изучающего, усваивающего и поискового чтения;
- структурировать тексты, включая умение выделять главное и второстепенное, главную идею текста, выстраивать последовательность описываемых событий;
- работать с метафорами – понимать переносный смысл выражений, понимать и употреблять обороты речи, построенные на скрытом уподоблении, образном сближении слов.

**Выпускник получит возможность научиться:**

- основам рефлексивного чтения;
- ставить проблему, аргументировать её актуальность;
- самостоятельно проводить исследование на основе применения методов наблюдения и эксперимента;

### Предметные результаты

***Обучающийся научится:***

- оперировать с начальными понятиями тригонометрии и выполнять элементарные операции над функциями углов;
- решать задачи на доказательство, опираясь на изученные свойства фигур и отношений между ними и применяя изученные методы доказательств;
- вычислять площади кругов и секторов; длину окружности, длину дуги окружности;
- решать задачи на доказательство с использованием формул длины окружности и длины дуги окружности, формул площадей фигур;
- решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин (используя при необходимости справочники и технические средства).
- вычислять длину отрезка по координатам его концов; вычислять координаты середины отрезка;
- использовать координатный метод для изучения свойств прямых и окружностей.
- оперировать с векторами: находить сумму и разность двух векторов, заданных геометрически, находить вектор, равный произведению заданного вектора на число;
- находить для векторов, заданных координатами: длину вектора, координаты суммы и разности двух и более векторов, координаты

- произведения вектора на число, применяя при необходимости сочетательный, переместительный и распределительный законы;
- вычислять скалярное произведение векторов, находить угол между векторами, устанавливать перпендикулярность прямых.
  - владеть компетенциями: познавательной, коммуникативной, информационной и рефлексивной;
  - работать в группах, аргументировать и отстаивать свою точку зрения;
  - распознавать на чертежах, рисунках, моделях и в окружающем мире плоские и пространственные геометрические фигуры;
  - распознавать развёртки куба, прямоугольного параллелепипеда, правильной пирамиды, цилиндра и конуса;
  - определять по линейным размерам развёртки фигуры линейные размеры самой фигуры и наоборот;
  - вычислять объём прямоугольного параллелепипеда.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- использовать координатный метод для изучения свойств прямых и окружностей.
- вычислять площади фигур, составленных из двух или более прямоугольников, параллелограммов, треугольников, круга и сектора;
- приобрести опыт применения алгебраического и тригонометрического аппарата и идей движения при решении задач на вычисление площадей многоугольников.
- овладеть координатным методом решения задач на вычисление и доказательство;
- приобрести опыт использования компьютерных программ для анализа частных случаев взаимного расположения окружностей и прямых;
- решать математические задачи и задачи из смежных предметов, выполнять практические расчёты;
- вычислять объёмы пространственных геометрических фигур, составленных из прямоугольных параллелепипедов;
- углубить и развить представления о пространственных геометрических фигурах;
- применять понятие развёртки для выполнения практических расчётов.

## **II. Содержание учебного предмета (68ч).**

### **1-3. Повторение. (1 ч) Векторы. (5ч) Метод координат (12 ч)**

Понятие вектора. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Координаты вектора. Простейшие задачи в координатах. Уравнения окружности и прямой. Применение векторов и координат при решении задач.

Основная цель — научить учащихся выполнять действия над векторами как направленными отрезками, что важно для применения векторов в физике; познакомить с использованием векторов и метода координат при решении геометрических задач. Вектор определяется как направленный отрезок и действия над векторами вводятся так, как это принято в физике, т. е. как действия с направленными отрезками. Основное внимание должно быть уделено выработке умений выполнять операции над векторами (складывать векторы по правилам треугольника и параллелограмма, строить вектор, равный разности двух данных векторов, а также вектор, равный произведению данного вектора на данное число).

На примерах показывается, как векторы могут применяться к решению геометрических задач. Демонстрируется эффективность применения формул для координат середины отрезка, расстояния между двумя точками, уравнений окружности и прямой в конкретных геометрических задачах, тем самым дается представление об изучении геометрических фигур с помощью методов алгебры.

### **4. Соотношения между сторонами и углами треугольника (17 ч)**

Синус, косинус и тангенс угла. Теоремы синусов и косинусов. Решение треугольников. Скалярное произведение векторов и его применение в геометрических задачах. Основная цель — развить умение учащихся применять тригонометрический аппарат при решении геометрических задач.

Синус и косинус любого угла от  $0^\circ$  до  $180^\circ$  вводятся с помощью единичной полуокружности, доказываются теоремы синусов и косинусов и выводится еще одна формула площади треугольника (половина произведения двух сторон на синус угла между ними). Этот аппарат применяется к решению треугольников.

Скалярное произведение векторов вводится как в физике (произведение длин векторов на косинус угла между ними). Рассматриваются свойства скалярного произведения и его применение при решении геометрических задач.

Основное внимание следует уделить выработке прочных навыков в применении тригонометрического аппарата при решении геометрических задач.

### **5. Длина окружности и площадь круга (12 ч)**

Правильные многоугольники. Окружности, описанная около правильного многоугольника и вписанная в него. Построение правильных многоугольников. Длина окружности. Площадь круга.

Основная цель — расширить знание учащихся о многоугольниках; рассмотреть понятия длины окружности и площади круга и формулы для их вычисления. В начале темы дается определение правильного многоугольника и рассматриваются теоремы об окружностях, описанной около

правильного многоугольника и вписанной в него. С помощью описанной окружности решаются задачи о построении правильного шестиугольника и правильного 2 $n$ -угольника, если дан правильный  $n$ -угольник.

Формулы, выражающие сторону правильного многоугольника и радиус вписанной в него окружности через радиус описанной окружности, используются при выводе формул длины окружности и площади круга. Вывод опирается на интуитивное представление о пределе: при неограниченном увеличении числа сторон правильного многоугольника, вписанного в окружность, его периметр стремится к длине этой окружности, а площадь — к площади круга, ограниченного окружностью.

### **6. Движения (12 ч)**

Отображение плоскости на себя. Понятие движения. Осевая и центральная симметрии. Параллельный перенос. Поворот. Наложения и движения.

Основная цель — познакомить учащихся с понятием движения и его свойствами, с основными видами движений, со взаимоотношениями наложений и движений. Движение плоскости вводится как отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояние между точками. При рассмотрении видов движений основное внимание уделяется построению образов точек, прямых, отрезков, треугольников при осевой и центральной симметриях, параллельном переносе, повороте. На эффектных примерах показывается применение движений при решении геометрических задач. Понятие наложения относится в данном курсе к числу основных понятий. Доказывается, что понятия наложения и движения являются эквивалентными: любое наложение является движением плоскости и обратно. Изучение доказательства не является обязательным, однако следует рассмотреть связь понятий наложения и движения.

### **7. Об аксиомах геометрии (2 ч.)**

Беседа об аксиомах геометрии.

Основная цель – дать более глубокое представление о системе аксиом планиметрии и аксиоматическом методе.

Различные системы аксиом, различные способы введения понятия равенства фигур.

### **8. Повторение. Решение задач (7 ч)**

### III. Тематическое планирование

№ п/п	Раздел, тема урока	Количество часов
	<b>Векторы</b>	<b>6</b>
1	Повторение. Треугольники. Четырехугольники.	1
2	Понятие вектора.	1
3	Сложение и вычитание векторов.	1
4	Умножение вектора на число.	1
5	Стартовая диагностика.	1
6	Решение задач	1
	<b>Метод координат</b>	<b>12</b>
7-9	Координаты вектора.	3
10-12	Простейшие задачи в координатах.	3
13- 15	Уравнения окружности и прямой.	3
16-17	Решение задач.	2
18	Контрольная работа №1 Координаты вектора.	1
	<b>Соотношения между сторонами и углами треугольника.</b>	<b>17</b>
19-21	Синус, косинус и тангенс угла.	3
22-27	Соотношения между сторонами и углами треугольника.	6
28-31	Скалярное произведение векторов.	4
32-34	Решение задач.	3
35	Контрольная работа №2 Произведение векторов.	1
	<b>Длина окружности и площадь круга</b>	<b>12</b>
36-39	Правильные многоугольники. Построение правильных многоугольников.	4
40-43	Длина окружности. Площадь круга.	4
44-46	Решение задач.	3
47	Контрольная работа №3 Площадь круга.	1

№ п/п	Раздел, тема урока	Количество часов
	<b>Движения</b>	<b>12</b>
48-51	Понятие движения.	4
52-55	Параллельный перенос и поворот.	4
56-58	Решение задач.	3
59	Контрольная работа №4. Параллельный перенос и поворот.	1
60-61	Об аксиомах планиметрии.	2
	<b>Итоговое повторение</b>	<b>7</b>
62-63	Повторение. Векторы. Метод координат.	2
64	Повторение. Скалярное произведение векторов.	1
65	Повторение. Решение треугольников.	1
66-67	Повторение. Правильные многоугольники. Длина окружности.	2
68	Итоговая контрольная работа.	1

## Контрольная работа № 1 Вариант 1.

1. Найдите координаты и длину вектора  $\vec{a}$ , если  $\vec{a} = -\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ ,  $\vec{b} \{3; -2\}$ ,  $\vec{c} \{-6; 2\}$ .

2. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(-6; 1)$ ,  $B(2; 4)$ ,  $C(2; -2)$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный, и найдите высоту треугольника, проведённую из вершины  $A$ .

3. Окружность задана уравнением  $(x - 1)^2 + y^2 = 9$ . Напишите уравнение прямой, проходящей через её центр и параллельной оси ординат.

## Контрольная работа № 1 Вариант 2.

1. Найдите координаты и длину вектора  $\vec{a}$ , если  $\vec{a} = \frac{1}{3}\vec{b} - \vec{c}$ ,  $\vec{b} \{3; -9\}$ ,  $\vec{c} \{-6; 2\}$ .

2. Даны координаты вершин параллелограмма  $ABCD$ :  $A(-6; 1)$ ,  $B(0; 5)$ ,  $C(6; -4)$ ,  $D(0; -8)$ . Докажите, что  $ABCD$  — прямоугольник, и найдите координаты точки пересечения его диагоналей  $O$ .

3. Окружность задана уравнением  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$ . Напишите уравнение прямой, проходящей через её центр и параллельной оси абсцисс.

## Контрольная работа № 2 Вариант 1.

1. Найдите угол между лучом  $OA$  и положительной полуосью  $Ox$ , если  $A(-1; 1)$ .

2. Найдите стороны и углы треугольника  $ABC$ , если  $\angle B = 30^\circ$ ,  $\angle C = 105^\circ$ ,  $BC = 3\sqrt{2}$  см.

3. Найдите косинус угла  $M$  треугольника  $KCM$ , если  $K(1; 7)$ ,  $C(-2; 4)$ ,  $M(2; 0)$ .

## Контрольная работа № 2 Вариант 2.

1. Найдите угол между лучом  $OA$  и положительной полуосью  $Ox$ , если  $A(3; 3)$ .

2. Найдите стороны и углы треугольника  $ABC$ , если  $\angle B = 45^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ ,  $BC = \sqrt{3}$  см.

3. Найдите косинус угла  $C$  треугольника  $KCM$ , если  $K(3; 9)$ ,  $C(0; 6)$ ,  $M(4; 2)$ .

### Контрольная работа № 3 Вариант 1.

1. Периметр правильного треугольника, вписанного в окружность, равен 45 см. Найдите сторону правильного четырёхугольника, вписанного в ту же окружность.

2. Найдите площадь круга, если площадь вписанного в окружность квадрата равна  $72 \text{ дм}^2$ .

3. Радиус окружности равен 8 см, а градусная мера дуги равна  $150^\circ$ . Найдите длину этой дуги.

### Контрольная работа № 3 Вариант 2.

1. Периметр правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равен 48 м. Найдите сторону квадрата, вписанного в ту же окружность.

2. Найдите длину окружности, если площадь вписанного в окружность правильного шестиугольника равна  $72\sqrt{3} \text{ см}^2$ .

3. Радиус круга равен 12 дм, а градусная мера дуги равна  $120^\circ$ . Найдите площадь ограниченного этой дугой сектора.

### Контрольная работа № 4 Вариант 1.

1. Дана трапеция  $ABCD$ . Постройте фигуру, на которую отображается эта трапеция при симметрии относительно прямой, содержащей боковую сторону  $AB$ .

2. Дан прямоугольник  $ABCD$ , где  $O$  — точка пересечения его диагоналей. Точка  $M$  симметрична точке  $O$  относительно стороны  $BC$ . Докажите, что четырёхугольник  $MODC$  — параллелограмм. Найдите его периметр, если стороны прямоугольника равны 6 см и 8 см.

3. Докажите, что равносторонний треугольник  $ABC$  отображается на себя при повороте вокруг точки  $O$  на  $120^\circ$  по часовой стрелке, где  $O$  — точка пересечения его медиан.

### Контрольная работа № 4 Вариант 2.

1. Дана трапеция  $ABCD$ . Постройте фигуру, на которую отображается эта трапеция при симметрии относительно прямой, содержащей её основание  $AD$ .

2. Дан прямоугольник  $MNKP$ , где  $O$  — точка пересечения его диагоналей. Точка  $D$  симметрична точке  $O$  относительно стороны  $MP$ . Докажите, что четырёхугольник  $MOPD$  — ромб. Найдите его периметр, если стороны прямоугольника равны 7 см и 24 см.

3. Докажите, что квадрат  $ABCD$  отображается на себя при повороте вокруг точки  $O$  на  $90^\circ$  против часовой стрелки, где  $O$  — точка пересечения его диагоналей.

### Итоговая контрольная работа Вариант 1.

1. В треугольнике  $ABC$  точка  $D$  — середина стороны  $AB$ , точка  $M$  — точка пересечения медиан.

а) Выразите вектор  $\vec{MD}$  через векторы  $\vec{MA}$  и  $\vec{MB}$  и вектор  $\vec{AM}$  через векторы  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ .

б) Найдите скалярное произведение  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ , если  $AB = AC = 2$ ,  $\angle B = 75^\circ$ .

2. Даны точки  $A(1; 1)$ ,  $B(4; 5)$ ,  $C(-3; 4)$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный и прямоугольный.

б) Найдите длину медианы  $CM$ .

3. В треугольнике  $ABC$   $\angle A = \alpha > 90^\circ$ ,  $\angle B = \beta$ , высота  $BD$  равна  $h$ .

а) Найдите сторону  $AC$  и радиус  $R$  описанной окружности.

б) Вычислите значение  $R$ , если  $\alpha = 120^\circ$ ,  $\beta = 15^\circ$ ,  $h = 6$  см.

4. Хорда окружности равна  $a$  и стягивает дугу в  $120^\circ$ . Найдите: а) длину дуги; б) площадь сектора, ограниченного этой дугой и двумя радиусами.

### Итоговая контрольная работа Вариант 2.

1. В параллелограмме  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ .

а) Выразите вектор  $\vec{OC}$  через векторы  $\vec{AB}$  и  $\vec{BC}$  и вектор  $\vec{OD}$  через векторы  $\vec{AB}$  и  $\vec{AD}$ .

б) Найдите скалярное произведение  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ , если  $AB = 2BC = 6$ ,  $\angle A = 60^\circ$ .

2. Даны точки  $K(0; 1)$ ,  $M(-3; -3)$ ,  $N(1; -6)$ .

а) Докажите, что треугольник  $KMN$  равнобедренный и прямоугольный.

б) Найдите длину медианы  $NL$ .

3. В треугольнике  $ABC$   $\angle A = \alpha > 90^\circ$ ,  $\angle B = \beta$ , высота  $CD$  равна  $h$ .

а) Найдите сторону  $AB$  и радиус  $R$  описанной окружности.

б) Вычислите значение  $R$ , если  $\alpha = 135^\circ$ ,  $h = 3$  см,  $\beta = 30^\circ$ .

4. Хорда окружности равна  $a$  и стягивает дугу в  $60^\circ$ . Найдите: а) длину дуги; б) площадь сектора, ограниченного этой дугой и двумя радиусами.

K-1, B-1.

1. Дано:  $\vec{a} = -\vec{e} + \frac{1}{2}\vec{e}$ ;  $\vec{b}\{3; -2\}$ ;  $\vec{c}\{-6; 2\}$ .

Найти:  $\vec{a}\{x; y\}$  и  $|\vec{a}|$ ?

Решение:

$$1) \vec{a} = -\vec{e} + \frac{1}{2}\vec{e} = -\{3; -2\} + \frac{1}{2}\{-6; 2\} = \{-3; 2\} + \{-3; 1\} = \{-6; 3\}$$

$$2) |\vec{a}| = \sqrt{(-6)^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

Ответ:  $\vec{a}\{-6; 3\}$ ;  $|\vec{a}| = 3\sqrt{5}$

2. Дано:  $\triangle ABC$ ;  $A(-6; 1)$ ;  $B(2; 4)$ ;  $C(0; -2)$ ;  $AM$  - высота.

Найти:  $AM$ ?

Д-во:  $\triangle ABC$  -  $\mu\beta$ .

Решение:

$$1) AB = \sqrt{(-6-2)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{64+9} = \sqrt{73}$$

$$BC = \sqrt{(2-0)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$AC = \sqrt{(-6-0)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$$

$$2) AB = AC = \sqrt{73} \Rightarrow \triangle ABC - \mu\beta \text{ (по др. } \mu\beta \text{ а)}$$

$$3) BH = HC = \frac{6}{2} = 3 \text{ (т.к. } AM \text{ - высота и медиана)}$$

4) В  $\triangle BAH$  - прямоугол:

$$AM^2 = AB^2 - BH^2 \text{ (по т. Пифагора)}$$

$$AM^2 = 73 - 9$$

$$AM^2 = 64$$

$$AM = 8$$

Ответ:  $AM = 8$ .

3. Дано:  $(x-1)^2 + y^2 = 9$  - окр.;  $E$  - прямая;

$D(x; y)$  - центр окр.;  $O(0; 0)$ ;  $E \parallel OX$ .

Найти: уравнение  $E$ ?

Решение:

$$1) (x-1)^2 + y^2 = 9 \Rightarrow D(1; 0) \text{ и } r = 3$$

2)  $ax + by + c = 0$  - ур-ние прямой

$$D(1; 0): a \cdot 1 + b \cdot 0 + c = 0$$

$$a = -c$$

$$3) -ax + c = 0 \quad | :(-c)$$

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

Ответ:  $x = 1$ .

K-1, B-2.

1. Дано:  $\vec{a} = \frac{1}{3}\vec{e} - \vec{e}$ ;  $\vec{b}\{3; -9\}$ ;  $\vec{c}\{-6; 2\}$ .

Найти:  $\vec{a}\{x; y\}$ ;  $|\vec{a}|$ ?

Решение:

$$1) \vec{a} = \frac{1}{3}\vec{e} - \vec{e} = \frac{1}{3}\{3; -9\} - \{-6; 2\} = \{1; -3\} - \{-6; 2\} = \{1+6; -3-2\} = \{7; -5\}$$

$$2) |\vec{a}| = \sqrt{7^2 + (-5)^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74}$$

Ответ:  $\vec{a}\{7; -5\}$ ;  $|\vec{a}| = \sqrt{74}$

2. Дано:  $ABCD$  - паралл.;  $A(-6; 1)$ ;  $B(0; 5)$ ;  $C(6; -4)$ ;

$D(0; -8)$ ;  $O$  - точка пересек.  $AC$  и  $BD$ .

Д-во:  $ABCD$  - прямоугол;

Найти:  $O(x; y)$ ?

Решение:

$$1) AC = \sqrt{(-6-6)^2 + (1+4)^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} = 13$$

$$BD = \sqrt{(0-0)^2 + (5+8)^2} = \sqrt{169} = 13$$

$$2) AC = BD = 13 \Rightarrow ABCD \text{ - прямоугол. (по об-му свойству параллелограмма)}$$

$$3) O\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$$

$$O\left(\frac{-6+6}{2}; \frac{1-4}{2}\right) = (0; -1,5)$$

Ответ:  $O(0; -1,5)$

3. Дано:  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$  - ур-ние окр.;

$D(x; y)$  - центр окр.;  $O(0; 0)$ ;  $E \parallel OX$ .

Найти: ур-ние  $E$ ?

Решение:

$$1) (x+1)^2 + (y-2)^2 = 16 \Rightarrow D(-1; 2) \text{ и } r = 4$$

2)  $ax + by + c = 0$  - ур-ние прямой.

$$D(-1; 2): -1 \cdot a + 2b + c = 0$$

$$O(0; 2): 0 + 2b + c = 0$$

$$2b = -c$$

$$c = -2b$$

$$3) -a + 2b + (-2b) = 0$$

$$-a = 0$$

$$a = 0$$

$$4) 0 + by + c = 0$$

$$by - 2b = 0 \quad | :b$$

$$y - 2 = 0$$

$$y = 2$$

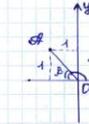
Ответ:  $y = 2$ .

K-2, B-1.

1. Дано:  $OA$  - угр.;  $Ox$  - положение полярис;

$A(-1; 1)$ ;  $h$  - угол между  $OA$  и  $Ox$ .

Найти:  $h$ ?



Решение:

$$1) \angle = 180^\circ - \beta \text{ (как смежные)}$$

$$2) OA = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$$

$$3) \begin{cases} \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \beta = 45^\circ$$

$$4) h = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

Ответ:  $h = 135^\circ$ .

2. Дано:  $\triangle ABC$ ;  $\angle B = 30^\circ$ ;  $\angle C = 105^\circ$ ;  $BC = 3\sqrt{2}$  см

Найти:  $\angle A$ ;  $AC$  и  $AB$ ?

Решение:

$$1) \angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 30^\circ - 105^\circ = 45^\circ \text{ (по т. а)}$$

2) По т. синусов:

$$\frac{AB}{\sin \angle C} = \frac{BC}{\sin \angle A} = \frac{AC}{\sin \angle B}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sin 105^\circ} = \frac{AC}{\sin 30^\circ}$$

$$AC = \frac{3\sqrt{2} \cdot 0,5}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$AC = 3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$AC = 3 \text{ см}$$

$$3) \frac{AB}{\sin 105^\circ} = \frac{3}{\sin 30^\circ}$$

$$AB = \frac{3 \cdot 0,9659}{0,5}$$

$$AB \approx 5,8 \text{ см}$$

Ответ:  $AB \approx 5,8$  см;  $AC = 3$  см;  $\angle A = 45^\circ$

3. Дано:  $\triangle KLM$ ;  $K(1; 2)$ ;  $L(-2; 4)$ ;  $M(2; 0)$

Найти:  $\cos \angle M$ ?

Решение:

$$1) KL = \sqrt{(1+2)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} = 3\sqrt{2}$$

$$LM = \sqrt{(-2-2)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$KM = \sqrt{(1-2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} = 5\sqrt{2}$$

2) По т. косинусов:

$$KM^2 = KL^2 + LM^2 - 2 \cdot KL \cdot LM \cdot \cos \angle M$$

$$(5\sqrt{2})^2 = (3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot \cos \angle M$$

$$18 = 18 + 32 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cos \angle M$$

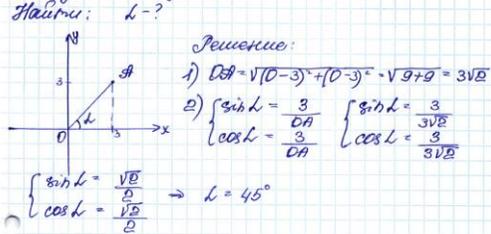
$$-64 = -80 \cos \angle M$$

$$\cos \angle M = \frac{64}{80} = \frac{4}{5}$$

Ответ:  $\cos \angle M = \frac{4}{5}$

K-2, B-2.

1. Дано:  $A(3;3)$ ;  $DA$ -выс.;  $DL$ -наклонит. катетов;  
 Найти:  $L$ -?



Решение:

$$1) OA = \sqrt{(3-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$$

$$2) \begin{cases} \sin L = \frac{3}{OA} \\ \cos L = \frac{3}{OA} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin L = \frac{3}{3\sqrt{2}} \\ \cos L = \frac{3}{3\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin L = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos L = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow L = 45^\circ$$

Ответ:  $L = 45^\circ$

2. Дано:  $\triangle ABC$ ;  $\angle B = 45^\circ$ ;  $\angle C = 60^\circ$ ;  $BC = \sqrt{3}$  см  
 Найти:  $\angle A$ -?;  $AC$  и  $AB$ -?

Решение:

$$1) \angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ \text{ (по т. } \angle \text{ в } \triangle)$$

$$2) \text{ по т. синусов: } \frac{AB}{\sin 60^\circ} = \frac{BC}{\sin 45^\circ} = \frac{AC}{\sin 75^\circ}$$

$$\frac{AB}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}$$

$$AB = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{0,9659}$$

$$AB \approx 1,55 \text{ см}$$

$$3) \frac{\sqrt{3}}{\sin 75^\circ} = \frac{AC}{\sin 45^\circ}$$

$$AC = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{0,9659}$$

$$AC \approx 1,27 \text{ см}$$

Ответ:  $\angle A = 75^\circ$ ;  $AC \approx 1,27$  см;  $AB \approx 1,55$  см

3. Дано:  $\triangle KLM$ ;  $K(3;9)$ ;  $L(0;6)$ ;  $M(4;2)$   
 Найти:  $\cos \angle C$ -?

Решение:

$$1) KC = \sqrt{(3-0)^2 + (9-6)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2} \text{ см}$$

$$LM = \sqrt{(0-4)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2} \text{ см}$$

$$KM = \sqrt{(3-4)^2 + (9-2)^2} = \sqrt{1+49} = 5\sqrt{2} \text{ см}$$

2) по т. косинусов:

$$KM^2 = KC^2 + LM^2 - 2 \cdot KC \cdot LM \cdot \cos \angle C$$

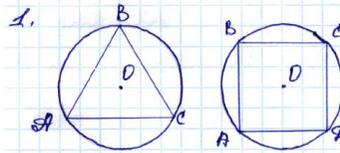
$$50 = 18 + 32 - 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot \cos \angle C$$

$$0 = -2 \cdot 24 \cdot \cos \angle C$$

$$\cos \angle C = 0$$

Ответ:  $\cos \angle C = 0$ .

K-3, B-1.



Дано:  $О(О; R)$ -окруж.;  
 $ABCD$ -прав. четырехг.;  
 $\triangle ABC$ - $\mu/\epsilon$ ;  $P_{ABC} = 45$  см;  
 Найти:  $CD$ -?

Решение:

$$1) \triangle ABC - \mu/\epsilon \text{ (по уcu)} \Rightarrow AB = BC = AC = \frac{P}{3} = \frac{45}{3} = 15 \text{ см}$$

$$2) R = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3} \text{ см}$$

$$3) ABCD - \text{прав. четырехг. (по уcu)} \Rightarrow AB = BC = CD = AD$$

$$4) R = \frac{CD}{\sqrt{2}} \Rightarrow CD = R \cdot \sqrt{2} \Rightarrow CD = 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{6} \text{ см}$$

Ответ:  $CD = 5\sqrt{6}$  см

2. Дано:  $О(О; R)$ -окруж.;  $S_{ABCA} = 72 \text{ см}^2$ ;  
 $ABCD$ -квадрат,  $О$  центр.

Найти:  $S_{кр}$ -?

Решение:

$$1) S_{ABCA} = x^2 = 72 \Rightarrow x = 6\sqrt{2} \text{ см}$$

$$2) AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ (по т. Пифагора)}$$

$$AC^2 = (6\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2$$

$$AC^2 = 72 + 72$$

$$AC^2 = 144$$

$$AC = 12 \text{ см}$$

$$3) AO = OC = \frac{AC}{2} = 6 \text{ см} = R$$

$$4) S_{кр} = \pi R^2 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi \text{ см}^2$$

Ответ:  $S_{кр} = 36\pi \text{ см}^2$

3. Дано:  $R = 8$  см;  $\nu = 150^\circ$ ;  $l$ -длина дуги.

Найти:  $l$ -?

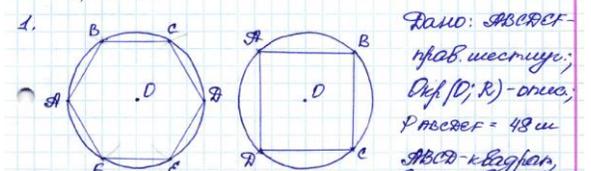
Решение:

$$1) l = \frac{\pi R \nu}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 8 \cdot 150^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 8 \cdot 5^\circ}{6^\circ} = \frac{\pi \cdot 4 \cdot 5}{3}$$

$$= \frac{20\pi}{3} \text{ см}$$

Ответ:  $l = \frac{20\pi}{3}$  см

K-3, B-2.



Дано:  $ABCEDEF$ -  
 прав. шестиуг.;  
 $О(О; R)$ -окруж.;  
 $P_{ABCEDEF} = 48$  см;  
 $ABCD$ -квадрат,  
 $О$  центр.  
 Найти:  $CD$ -?

Решение:

$$1) AB = \frac{P_{ABCEDEF}}{6} = \frac{48}{6} = 8 \text{ см}$$

$$2) AB = R = 8 \text{ см}$$

$$3) AC = 2R = 16 \text{ см}$$

$$4) \text{ по т. Пифагора:}$$

$$x^2 + x^2 = AC^2$$

$$2x^2 = 256$$

$$x^2 = 128$$

$$x = 8\sqrt{2} \text{ см}$$

Ответ:  $CD = 8\sqrt{2}$  см

2. Дано:  $S_{ABCEDEF} = 72\sqrt{3} \text{ см}^2$ ;  $ABCEDEF$ -прав.  
 шестиуг.;  $О(О; R)$ -окруж.

Найти:  $\cos \alpha$ -?

Решение:

$$1) S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{72\sqrt{3}}{6} = 12\sqrt{3} \text{ см}^2$$

$$2) S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot BO \cdot \sin 60^\circ = 12\sqrt{3}$$

$$AO^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}$$

$$AO^2 = 24\sqrt{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$AO^2 = 48$$

$$AO = 4\sqrt{3} \text{ см}$$

$$3) AO = OB = R = 4\sqrt{3} \text{ см}$$

$$4) \cos \alpha = \frac{2 \cdot AO \cdot BO}{AB^2} = \frac{2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}}{8\sqrt{3} \cdot 8\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 48}{64} = \frac{96}{64} = \frac{3}{2}$$

Ответ:  $\cos \alpha = \frac{3}{2}$  см

3. Дано:  $R = 12$  см;  $\nu = 120^\circ$ ;  
 Найти:  $S_{сект}$ -?

Решение:

$$1) S_{сект} = \frac{\pi R^2 \cdot \nu}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 144 \cdot 1}{3} = \frac{144\pi}{3} \text{ см}^2$$

$$= 48\pi \text{ см}^2$$

Ответ:  $S_{сект} = 48\pi \text{ см}^2$ .





*Ответ оценивается отметкой «5», если:*

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

*Отметка «4» ставится в следующих случаях:*

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

*Отметка «3» ставится, если:*

- допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

*Отметка «2» ставится, если:*

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.